ΠΕΙΡΑΜΑ VI
Περιοδική Κίνηση

Σκοπός πειράματος

Στο πείραμα αυτό θα μελετήσουμε τον απλό αρμονικό ταλαντωτή και τη συμπεριφορά του στην περίπτωση παρουσίας δυνάμεων απόσβεσης. Πιο συγκεκριμένα θα εξετάσουμε:

- Το Νομο του Hooke.
- Την εξάρτηση της περιόδου του ταλαντωτή από τις παραμέτρους του.
- Την ταχύτητα και επιτάχυνση του αρμονικού ταλαντωτή.
- Την περίοδο και την ελάτωση του πλάτους των ταλαντώσεων όταν υπάρχει αποσβεστική δυναμη.

Θεωρητικό υπόβαθρο

- Αρμονική Ταλάντωση.
  - Ορισμός αρμονικού ταλαντωτή, περίοδος, συχνότητα.
  - Απομάκρυνση, ταχύτητα και επιτάχυνση ταλαντωτή συναρτήσει του χρόνου.
  - Κινητική και δυναμική ενέργεια ταλαντωτή συναρτήσει του χρόνου, μέση κινητική και δυναμική ενέργεια.
- Νόμος του Hooke.
  - Ορισμός, σταθερά ελατηρίου.
  - Παράμετροι κίνησης ταλαντούμενου ελατηρίου.
- Αποσβενυμένη αρμονική ταλάντωση.
  - Εξισώσεις κίνησης αρμονικού ταλαντωτή με απόσβεση.
  - Σταθερά απόσβεσης, παράγοντας ποιότητας, χαρακτηριστικοί χρόνοι (χρόνος αποκατάστασης, χρόνος υποδιπλασιασμού).
  - Ενέργεια αρμονικού ταλαντωτή με απόσβεση.

Για την κατανόηση και σωστή τέλεση του πειράματος θα πρέπει υποχρεωτικά να γνωρίζετε πριν κάνετε το πείραμα τη θεωρία που παρουσιάζεται στο **Κεφάλαιο Τ1** του βιβλίου Φυσική των Serway & Jewett.

Συνοπτική Θεωρία

Περιοδικά φαινόμενα ονομάζονται φαινόμενα τα οποία επαναλαμβάνονται μετά από ίσα χρονικά διαστήματα. Μια περίπτωση περιοδικών φαινομένων είναι η **απλή αρμονική ταλάντωση που αφορά φαινόμενα η εξέλιξη των οποίων περιγράφεται από μιά ημιτονοειδή συνάρτηση**. Τέτοια φαινόμενα είναι η ταλάντωση που εκτελεί το εκκρεμές, η ταλάντωση που εκτελεί μία μάζα αναρτημένη από ελατήριο, ή η

μεταβολή της τάσης και της εντασης σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα που περιέχει πυκνωτή και πηνίο.
Βασικά μεγέθη που χαρακτηριζουν μία ταλάντωση είναι η περίοδος T η οποία ορίζεται ως το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών επαναλήψεων του φαινομένου, και η συχνότητα ν η οποία ορίζεται ως ο αριθμός των επαναλήψεων στη μονάδα του χρόνου. Επομένως είναι $\nu = \frac{1}{T}$.

Προφανώς η περίοδος έχει μονάδες χρόνου, και η συχνότητα έχει μονάδες αντίστροφου χρόνου, ή Hertz.

Απλή Αρμονική Ταλάντωση

Μια συνηθισμένη περίπτωση αρμονικής ταλάντωσης στη μηχανική είναι η ταλάντωση μάζας αναρτημένης από ελατήριο. Εάν έχουμε ένα ελατήριο το οποίο έχει τεντωθεί ή συμπιεστεί από το φυσικό του μήκος κατά απόσταση x, τότε στο άκρο του ασκείται μία **δύναμη επαναφοράς** η οποία δίνεται από το **νόμο του Hooke:**

$$F = -kx$$

όπου κ είναι η σταθερά του ελατηρίου.

Από τον Δεύτερο Νομου του Newton έχουμε για την εξίσωση κίνησης σώματος μάζας m που είναι προσδεμένο στο άκρο του ελατηρίου:

$$m\vec{a} = \Sigma\vec{F} \Rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \Leftrightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \qquad (1)$$

Η λύση αυτής της διαφορικής εξίσωσης είναι της μορφής

$$x(t) = A\cos(\omega t + \delta) \qquad (2)$$

όπου:

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ είναι η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης

Α είναι το πλάτος της ταλάντωσης, δηλαδή η μέγιστη απομάκρυνση του ελατηρίου, και δ είναι η φάση.

Από τη λύση της εξίσωσης (1) έχουμε ότι η περίοδος της ταλάντωσης θα είναι:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (3)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις παρατηρούμε ότι η περίοδος της ταλάντωσης εξαρτάται μόνο από τα χαρακτηριστικά του ταλαντωτή και όχι από το πλάτος της ταλάντωσης.

Επιπλέον παραγωγίζοντας τη σχέση (2) ως προς το χρόνο παίρνουμε μια έκφραση για τη μεταβολή της ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου:

$$\upsilon(t) = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin(\omega t + \delta) \qquad (4)$$

και αντίστοιχα παραγωγίζοντας την ταχύτητα ως προς το χρόνο παίρνουμε τη μεταβολή της επιτάχυνσης συναρτήσει του χρόνου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης:

$$a(t) = \frac{d\upsilon}{dt} = -A\omega^2\cos(\omega t + \delta) \quad (5)$$

Από τις σχέσεις (4) και (5) βλέπουμε ότι η ταχύτητα έχει διαφορά φάσης π/2 σε σχέση με την απομάκρυνση και η επιτάχυνση έχει διαφορά φάσης π σε σχέση με την απομάκρυνση.

Απλή Αρμονική Ταλάντωση με Απόσβεση

Η παραπάνω μελέτη αναφέρεται σε έναν εξιδανικευμένο ταλαντωτή όπου δεν υπάρχουν τριβές. Στις περισσότερα φαινόμενα όμως παρατηρούνται τριβές. Στην γενικότερη περίπτωση η δύναμη της τριβής δίνεται από τη σχέση

$$\vec{F} = -b\vec{\upsilon} = -b\frac{d\vec{x}}{dt}$$

όπου: b είναι ο συντελεστής της τριβής, και
υ η ταχύτητα με την οποία κινείται το σώμα πάνω στην επιφάνεια τριβής.

Εάν λάβουμε υπ'οψιν μας και τις δυνάμεις τριβής, η εξίσωση κίνησης του ταλαντωτή (1) παίρνει τη μορφή

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -b\frac{dx}{dt} - kx \Leftrightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{b}{m}\frac{dx}{dt} - \frac{k}{m}x \quad (6)$$

Η παραπάνω διαφορική εξίσωση έχει ως λύση τη

$$x(t) = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t}\cos(\omega t + \delta) = A(t)\cos(\omega t + \delta) \quad (7)$$

όπου $\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$ όταν $k > \frac{b^2}{4m}$ (8)

και $A(t) = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t}$ το πλάτος της ταλάντωσης συναρτήσει του χρόνου.

Με βάση την εξίσωση (7) μπορούμε να ορίσουμε δύο ποσότητες που χαρακτηρίζουν πόσο έντονη είναι η απόσβεση:

(α) Το χρόνο αποκατάστασης τ που ορίζεται ως ο χρόνος που απαιτείται ώστε να ελαττωθεί το πλάτος της ταλάντωσης στο 1/e του αρχικού.

Από τη Σχέση (7) έχουμε ότι $\tau = \frac{2m}{b}$

(β) Το χρόνο υποδιπλασιασμού $T_{1/2}$ που ορίζεται ως ο χρόνος που απαιτείται ώστε να ελαττωθεί το πλάτος της ταλάντωσης στο μισό

Από τη Σχέση (7) έχουμε ότι $T_{1/2} = \tau\ln 2 = \frac{2m\ln 2}{b}$ (9)

Ενέργεια Αρμονικού Ταλαντωτή

Κάθε χρονική στιγμή η κινητική ενέργεια ενός αρμονικού ταλαντωτή χωρίς τριβές είναι:

$$K(t) = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \delta)$$

Αντίστοιχα, η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι

$$U(t) = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \delta)$$

και η συνολική μηχανική ενέργεια του ελατηρίου θα είναι

$$E = U + K = \frac{1}{2}kA^2 \quad (10)$$

όπου κάναμε χρήση της σχέσης (3).

Βλέπουμε λοιπόν ότι η συνολική ενέργεια του αρμονικού ταλαντωτή διατηρείται και εξαρτάται μόνο από τη σταθερά του ελατηρίου και το αρχικό πλάτος.

Αντίστοιχα μπορούμε να υπολογίσουμε και τη μέση δυναμική ενέργεια κατά τη διάρκεια μιας ταλάντωσης. Από τον ορισμό της μέσης τιμής ενός μεγέθους έχουμε:

$$\langle U \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T U(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \delta)dt = \frac{1}{2T}kA^2(\frac{1}{2}T) = \frac{1}{4}kA^2 = \frac{1}{2}E \quad (11)$$

οπου Ε είναι η συνολική μηχανική ενέργεια του ταλαντωτή (Σχέση 10).

Κατ' αναλογία η μέση κινητική ενέργεια του ταλαντωτή στη διάρκεια μιας περιόδου θα είναι:

$$\langle K \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T K(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}mA^2\omega^2\sin^2(\omega t + \delta)dt = \frac{1}{2T}mA^2\omega^2(\frac{1}{2}T) = \frac{1}{4}kA^2 = \frac{1}{2}E \quad (12)$$

όπου Ε είναι η συνολική μηχανική ενέργεια του ταλαντωτή (Σχέση 10), ενώ κάναμε χρήση του ορισμού της γωνιακής συχνότητας (Σχέση 3).

Επομένως βλέπουμε ότι σε κάθε αρμονικό ταλαντωτή χωρίς απόσβεση η μέση δυναμική και η μέση κινητική ενέργεια κατά τη διάρκεια μιας ταλάντωσης ισούται με το μισό της συνολικής μηχανικής του ενέργειας.

Εάν έχουμε απώλειες ενέργειας (π.χ. λόγω απόσβεσης) τότε αυτές θα είναι ίσες με το έργο της δύναμης απόσβεσης. Επομένως ο ρυθμός απώλειας ενέργειας θα ισούται με την ισχύ της δύναμης απόσβεσης, δηλαδή:

$$dE = \vec{F}\cdot d\vec{s} = \vec{F}\cdot\vec{\upsilon}dt = (-b\vec{\upsilon})\cdot\vec{\upsilon}dt = -b\upsilon^2 dt$$

Ο μέσος ρυθμός απώλειας ενέργειας κατά τη διάρκεια ενός κύκλου θα είναι

$$\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle = -\left\langle b\upsilon^2 \right\rangle = -b\left\langle \upsilon^2 \right\rangle$$

Από τη Σχέση (12) όμως έχουμε ότι

$$\left\langle K \right\rangle = \left\langle \frac{1}{2} m\upsilon^2 \right\rangle = \frac{1}{2} m\left\langle \upsilon^2 \right\rangle = \frac{1}{2} E \Rightarrow$$

$$\left\langle \upsilon^2 \right\rangle = \frac{E}{m}$$

Οπότε $\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle = -b\frac{E}{m}$ (13)

Επομένως η ενέργεια που χάνεται κατά τη διάρκεια μιας περιόδου T θα είναι:

$$\Delta E = -\frac{b}{m} ET = -\frac{b}{m} E \frac{2\pi}{\omega} = -2\pi \frac{b}{(km)^{1/2}} E$$

Ενα μέτρο των απωλειών ενέργειας λόγω της απόσβεσης είναι ο παράγοντας ποιότητας που ορίζεται ως ο λόγος της ενέργειας της ταλάντωσης κατά τη διάρκεια ενός κύκλου πολλαπλασιασμένος επί 2π (2π<E>) δια τη μέση απώλεια ενέργειας ανά κύκλο:

$$Q = \frac{2\pi E}{\Delta E} = \frac{m\omega}{b} = \frac{(mk)^{1/2}}{b}$$

Με βάση τον ορισμό των χρόνων αποκατάστασης και υποδιπλασιασμού έχουμε:

$$Q = \frac{1}{2}\omega\tau = \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi}{T}\right)\frac{T_{1/2}}{\ln 2} = \frac{\pi T_{1/2}}{T\ln 2}$$

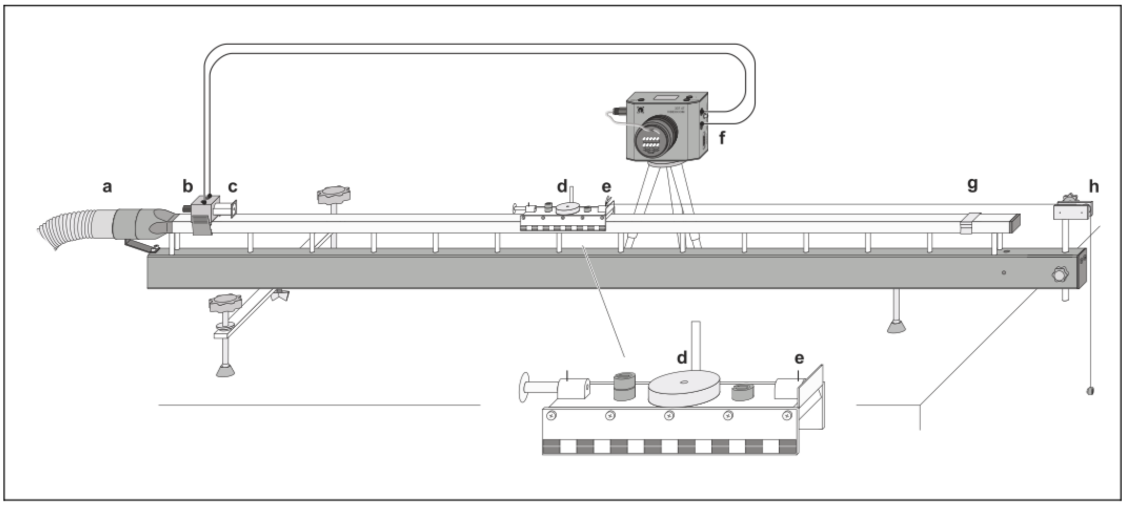
Όλες οι παραπάνω σχέσεις που αφορούν ταλάντωση με απόσβεση ισχύουν υπό την προϋπόθεση ότι η σταθερά απόσβεσης είναι αρκετά μικρή ώστε ο ταλαντωτής να μην χάνει σημαντική ενέργεια κατά τη διάρκεια ενός κύκλου και επομένως η σχέση (8) μπορεί να προσεγγιστεί με τη σχέση (3).

Πειραματική διάταξη

Η διάταξη του πειράματος αποτελείται από έναν αερόδρομο και ένα ή δύο κινητά τα οποία ειναι συζευγμένα μέσω ελατήριου.

Η κίνηση των ταλαντωτών καταγράφεται με τη βοήθεια ψηφιακής κάμερας που είναι τοποθετημένη απέναντι από τον αερόδρομο (Σχ. 1). Η κάμερα εκπέμπει παλμούς φωτός με σταθερό ρυθμό οι οποίοι ανακλώνται από ειδική ανακλαστική ταινία που έχει επικολληθεί στο κινητό (e, d). Στη συνέχεια η θέση της ανακλαστικής επιφάνειας (και κατά συνέπεια του κινητού) καταγράφονται από την κάμερα και παρουσιάζονται στον ηλεκτρονικό υπολογιστή που ελέγχει την κάμερα.

Για καλύτερο συγχρονισμό μεταξύ της έναρξης κίνησης του κινητού και της καταγραφής της κινησής του, στο σημείο έναρξης της κίνησης, έχει τοποθετηθεί ηλεκτρομαγνήτης (b, c) που έλκει το κινητό. Ο ηλεκρομαγνήτης είναι συνδεδεμένος με την κάμερα και απελεθερώνει το κινητό τη στιγμή έναρξης της μέτρησης.



Σχήμα 1 Η πειραματική διάταξη και η διάταξη καταγραφής της κίνησης: (a) είσοδος αέρα, (b, c) ηλεκτρομαγνήτης που συγκρατεί το κινητό στην αρχή της κίνησης, (d) κινητό, (e) ακίδα στερέωσης των ελατηρίων, (f) κάμερα καταγραφής της κίνησης, (g) νήμα που χρησιμοποιείται για την ανάρτηση μαζών, (h) τροχαλία.

Σημαντικά Σημεία

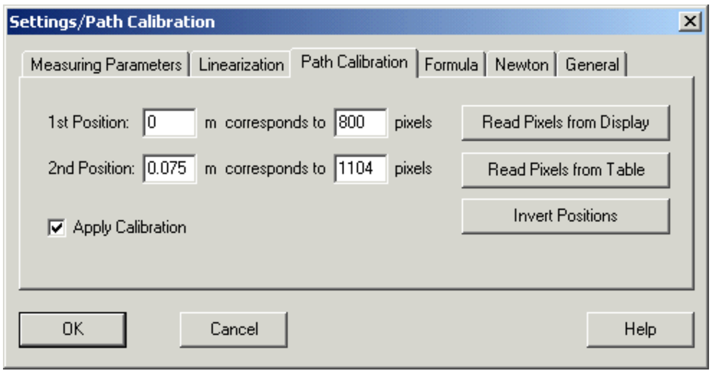
- **<u>ΠΟΤΕ</u>** δεν κινούμε το σώμα πάνω στον αερόδρομο χωρίς να έχουμε ανοίξει τη παροχή αέρα.
- **<u>Πριν</u>** την έναρξη του πειράματος **καθαρίζουμε σχολαστικά** τις οπές του αερόδρομου.

Βαθμονόμηση της καταγραφικής διάταξης

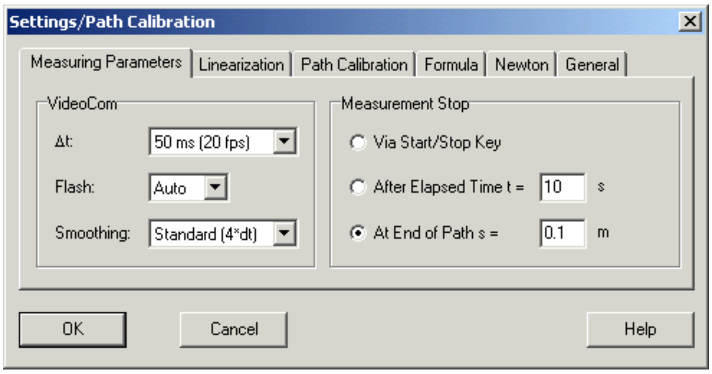
Πρίν μπορέσουμε να χρησιμοποιήσουμε τη ψηφιακή κάμερα για τη λήψη μετρήσεων θα πρέπει πρώτα να βαθμονομήσουμε την κλίμακα μέτρησης αποστάσεων, **δηλαδή να μετρήσουμε την απόσταση του αερόδρομου που αντιστοιχεί σε 1 pixel της κάμερας** (από ποιούς παράγοντες εξαρτάται η κλίμακα αυτή;).

Για αυτό το σκοπό ακολουθούμε την ακόλουθη διαδικασία:

1. Τοποθετούμε την κάμερα σε σταθερή θέση, σε απόσταση περίπου 1-2m από τον αερόδρομο.
2. Τοποθετούμε δύο ανακλαστικές ταινίες στο κινητό (e; Σχ. 1). σε απόσταση 5cm μεταξύ τους.
3. Μετράμε με το διαστημόμετρο την απόσταση των δύο τανιών. Για μεγαλύτερη ακρίβεια μετράμε την απόσταση των αντίστοιχων πλευρών των ταινιών και παίρνουμε το μέσο όρο τους.
4. "Τρέχουμε" το πρόγραμμα ελέγχου της ψηφιακής κάμερας (VideoCom motions).
5. Επιλέγουμε "Intensity test" από τα μενού ή τα εικονίδια του προγράμματος.
6. Τοποθετούμε το κινητό στον αερόδρομο.
7. Ευθυγραμμίζουμε την κάμερα ώστε να βλέπουμε δύο έντονες κορυφές στην οθόνη του υπολογιστή.
8. Στη συνέχεια επιλέγουμε "Path" από τα μενού ή τα εικονίδια του προγράμματος.
9. Επιλέγουμε το μενού "Settings/Path Calibration" (Σχ. 2α)
10. Συμπληρώνουμε τις τιμές 0.0 και 0.05m (ή οποια απόσταση μετρήσαμε) για τις θέσεις των δύο ταινιών στο παράθυρο διαλόγου "Path Calibration".
11. Πατούμε το πλήκτρο "Read pixels from Display" και επιλέγουμε "Apply Calibration".
12. Τώρα είμαστε έτοιμοι να κάνουμε μετρήσεις.



Σχήμα 2α Το παράθυρο διαλόγου "Settings/Path Calibration".



Σχήμα 2β Το παράθυρο διαλόγου "Settings/Measuring Parameters".

Πειραματική διαδικασία

Α′ Μέρος. Μέτρηση της σταθεράς του ελατηρίου

Μία βασική παράμετρος για την εκτέλεση αυτού του πειράματος είναι η σταθερά του ελατηρίου. Για να μετρήσουμε τη σταθερά του ελατηρίου ακολουθούμε την εξής διαδικασία:

1. Τοποθετούμε το ένα άκρο του ελατηρίου σε σταθερό σημείο και συνδέουμε το άλλο άκρο του με μη εκτατό νήμα το οποίο περνάμε από τροχαλία (h) στο άκρο του αερόδρομου (Σχ. 1).
2. Στό ελεύθερο άκρο του νήματος τοποθετούμε σώματα διαφορετικής μάζας και καταγράφουμε την απομάκρυνση του ελατηρίου για κάθε διαφορετική δύναμη $F = mg$ σε έναν πίνακα της μορφής:

Πίνακας 1

Μάζα $m \pm \delta m$	Απομάκρυνση $x \pm \delta x$	Δύναμη $F \pm \delta F$

3. Μετράμε τη μάζα του κάθε σώματος με τον ηλεκτρονικό ζυγό.
4. Κατασκευάζουμε το διάγραμμα εξασκούμενης δύναμης – απομάκρυνσης με βάση τα δεδομένα του Πίνακα 1, και υπολογίζουμε την κλίση της ευθείας η οποία θα μας δώσει τη σταθερά του ελατηρίου k και το σφάλμα της δk, που θα χρησιμοποιήσουμε στο πείραμα.
5. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία και για το δεύτερο (όμοιο) ελατήριο. Συμφωνούν οι δύο σταθερές;

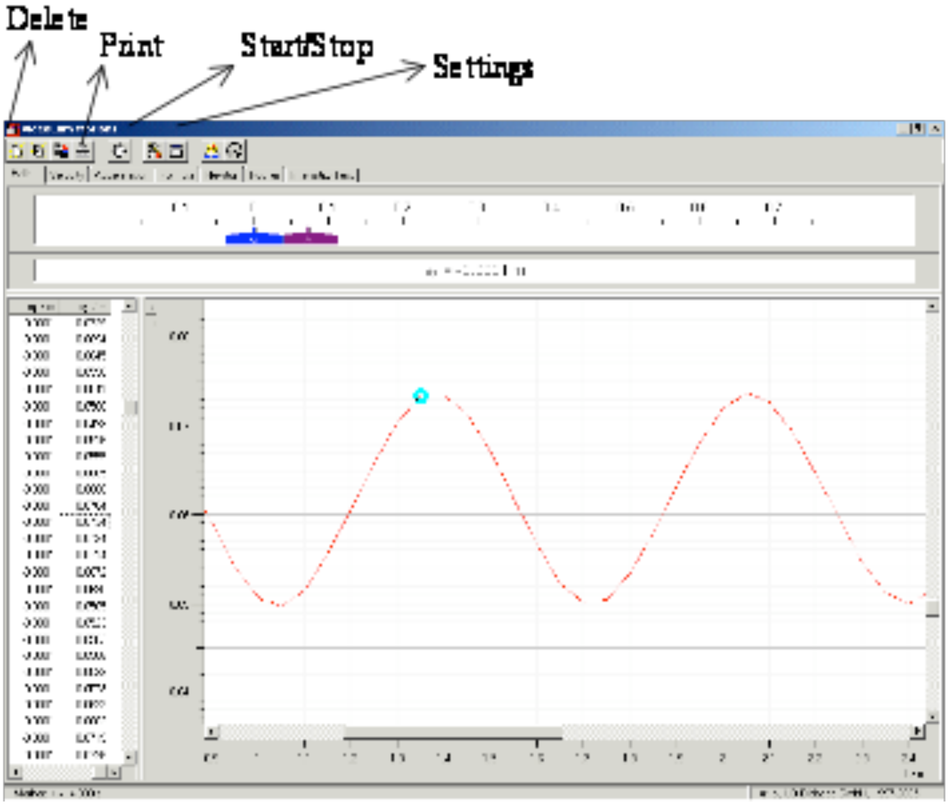
Β′ Μέρος. Απλή αρμονική ταλάντωση

Στη συνέχεια θα μελετήσουμε την απλή αρμονική ταλάντωση.

1. Θέτουμε σε λειτουργία την παροχή αέρα στον αερόδρομο.
2. Συνδέουμε το κινητό με δύο όμοια ελατήρια όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.
   Σε αυτή τη διάταξη όταν το κινητό δεν βρίσκεται στη θέση ισορροπίας δέχεται δύο δυνάμεις επαναφοράς ίδιου μέτρου και φοράς, με αποτέλεσμα το σύστημα να ισοδυναμεί με έναν αρμονικό ταλαντωτή με διπλάσια σταθερά ελατηρίου.
   Προσοχή: <u>η απομάκρυνση των ελατηρίων στη θέση ισορροπίας δεν θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη απο 1.5cm καθώς θα επιφέρει μόνιμη παραμόρφωση στο ελατήριο.</u>

Σχήμα 3. Πειραματική διάταξη για τη μελέτη της απλής αρμονικής ταλάντωσης.

3. Απομακρύνουμε το κινητό από τη θέση ισορροπίας κατά περίπου ένα εκατοστό.
4. Διαγράφουμε τυχόν προηγούμενες μετρήσεις με το πλήκτρο “Delete” ή το F4 (Σχ. 3).
5. Ελευθερώνουμε το κινητό και ταυτόχρονα ξεκινούμε την καταγραφή της κινησής του κάνοντας “κλικ” στο πλήκτρο “start” (ή με το F9).
6. Αφού το κινητό εκτελέσει περίπου 15 ταλαντώσεις σταματάμε την καταγραφή της κίνησης κάνοντας “κλικ” στο πλήκτρο “end” (ή με το F).
7.



Σχήμα 4. Τα βασικά πλήκτρα μετρήσεων του ‘VideoCom Motions’.

8. Στον υπολογιστή βλέπουμε τη θέση του κινητού συναρτήσει του χρόνου τόσο σε μορφή πίνακα όσο και σε μορφή διαγράμματος. Οι μετρήσεις μπορούν να αποθηκευθούν σε αρχείο κειμένου επιλέγοντας “Save” (ή με το F2).

   Επιπλέον το διάγραμμα μπορεί να εκτυπωθεί επιλέγοντας ‘print’.

   Σημείωση: Το αρχείο στο οποίο έχουν αποθηκευτεί οι μετρήσεις είναι ένα αρχείο κειμένου. Οι πρώτες γραμμές περιέχουν πληροφορίες σχετικές με τις παραμέτρους του προγράμματος. Στη συνέχεια ακολουθεί ένας πίνακας με την απομάκρυνση του κινητού σε διαδοχικές χρονικές στιγμές. Ο πίνακας αυτός δεν περιέχει τον χρόνο της εκάστοτε μέτρησης όμως αυτό μπορούμε να το υπολογίσουμε εύκολα δεδομένου ότι γνωρίζουμε τη χρονική απόσταση των παλμών.

9. Από το διάγραμμα απομάκρυνσης-χρόνου μετράμε τη μέση περίοδο και συχνότητα ταλάντωσης (καθώς και το σφάλμα της) με δύο τρόπους:
   α. Μετρώντας τον χρόνο που απαιτείται για την εκτέλεση 10 ταλαντώσεων και διαιρώντας δια τον αριθμό των ταλαντώσεων.
   β. Μετρώντας την περίοδο κάθε μιας από 10 ταλαντώσεις και υπολογίζοντας τη μέση τιμή τους (και την αντίστοιχη τυπική απόκλιση).

10. Η μέτρηση χρόνου μπορεί να γίνει μεγενθύνοντας το διάγραμμα μετατόπισης-χρόνου ώς εξής:
    Αρχικά κάνουμε δεξιό κλικ και επιλέγουμε ‘Zoom’ στο μενού που εμφανίζεται (Σχ. 5; εναλλακτικά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα πλήκτρα Alt-Z). Στη συνέχεια κάνουμε κλικ στη πάνω αριστερή γωνία της περιοχής που θέλουμε να μεγενθύνουμε, μετακινούμε τον κέρσορα και κάνουμε κλικ στη κάτω δεξιά γωνία. Επιλέγουμε μια ταλάντωση που μας ενδιαφέρει και τη μεγενθύνουμε με τον παραπάνω τρόπο. Εάν κάνουμε κλικ με το ποντίκι το σημείο που μας ενδιαφέρει στον πίνακα μετρήσεων θα δούμε να έχουν επιλεγεί οι τιμές για αυτό το σημείο. Καταγράφουμε τις μετρήσεις μας σε Πίνακα της μορφής:

Πίνακας 2α

	Πλάτος Ταλάντωσης $A_1 \pm \delta A$	**Πλάτος Ταλάντωσης $A_2 \pm \delta A$**
α/α	**Περίοδος (s)**	**Περίοδος (s)**
…	…	…
…	…	…
Μέση Τιμή Περιόδου $\left(\bar{T} \pm \delta T\right)$		

Πίνακας 2β

	Πλάτος Ταλάντωσης $A_1 \pm \delta A$	**Πλάτος Ταλάντωσης $A_2 \pm \delta A$**
Χρόνος 10 ταλαντώσεων (t±δt)		
Περίοδος $\left(\bar{T} \pm \delta T\right)$		

11. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα για ένα ακόμα αρχικό πλάτος.
    Υπάρχει διαφορα στην μετρούμενη περίοδο; Γιατί;

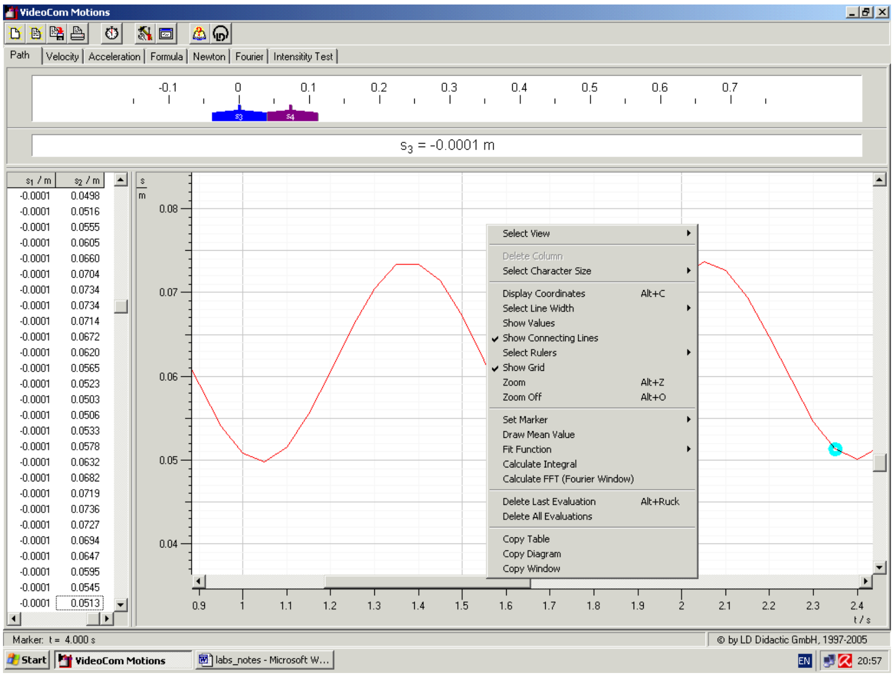
12. **Ποιά από τις δύο μεθόδους είναι πιό ακριβής και γιατί;**

13. Με βάση τις σταθερές των ελατηρίων που μετρήσατε στο πρώτο μέρος, να υπολογίσετε τη σταθερά $\kappa_{\iota\sigma}$ του ισοδύναμου ελατηρίου καθώς και την

αναμενόμενη περίοδο ταλάντωσης. **Να την συγκρίνετε με την περίοδο που μετρήσατε στα προηγούμενα βήματα.**

14. Στη συνέχεια με τη βοήθεια υπολογιστή να κάνετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης συναρτήσει του χρόνου.

15. Με βάση τις μετρήσεις σας να υπολογίσετε (με τη βοήθεια υπολογιστή) την ταχύτητα και την επιτάχυνση του ταλαντωτή συναρτήσει του χρόνου.
Να κάνετε τη γραφική παράσταση των μεγεθών (u-t) και (a-t) παράλληλα με το διάγραμμα απομάκρυνσης-χρόνου και να σχολιάσετε τη μορφή τους.



Σχήμα 5. Το μενού επεξεργασίας του διαγράμματος.

Γ′ Μέρος. Αποσβενυμένη αρμονική ταλάντωση

1. Τοποθετούμε μία μάζα πάνω στο κινητό και το απομακρύνουμε από τη θέση ισορροπίας.

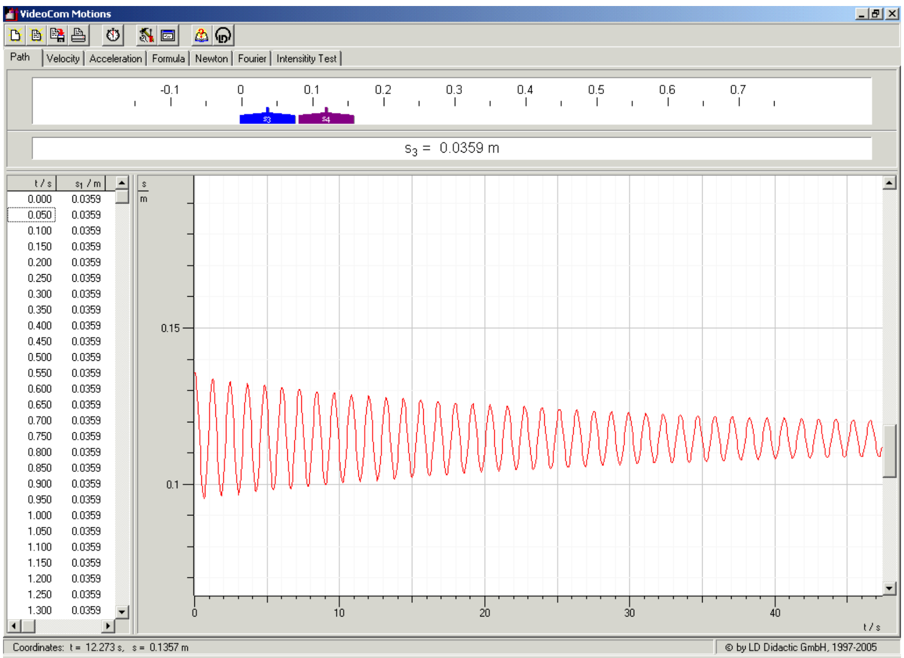
2. Καταγράφουμε την ταλάντωση του σώματος όπως και στο προηγούμενο μέρος.

3. Από το διάγραμμα απομάκρυνσης-χρόνου (Σχ. 6) μετράμε το πλάτος 10 διαδοχικών ταλαντώσεων. Καταγράφουμε τις μετρήσεις μας σε Πίνακα της μορφής

Πίνακας 3

α/α	Πλάτος x±δx	Χρόνος t±δx	ln(x) ±δ(lnx)

4. Μετράμε στον ηλεκτρονικό ζυγό τη συνολική μάζα του κινητού.
5. Από τη σχέση (7) βλέπουμε ότι το πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλεται εκθετικά με το χρόνο: $A(t) = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t}$.
   Λογαριθμίζοντας την παραπάνω σχέση μπορούμε να την γραμμικοποιήσουμε:
   $$\ln A(t) = \ln A_0 - \frac{b}{2m}t$$
   και από το διάγραμμα $\ln x - t$ (όπου x είναι το πλάτος της ταλάντωσης σε κάθε κύκλο και t η χρονική στιγμή μέτρησης του πλάτους) μπορούμε να υπολογίσουμε τη σταθερά απόσβεσης b.
6. Κατασκευάζουμε **σε χαρτί μιλιμετρέ** το διάγραμμα $\ln x$ - t. Να δείξετε ότι το πλάτος είναι εκθετική συνάρτηση του χρόνου και να υπολογίσετε τη σταθερά απόσβεσης b.
7. Από το παραπάνω διάγραμμα να υπολογίσετε το χρόνο που απαιτείται για την ελάττωση του πλάτους ταλάντωσης στο μισό του αρχικού πλάτους ($T_{1/2}$). (Να λάβετε υπ’ οψιν σας ότι $\ln {}^{A_0}\!/_{2} = \ln A_0 - \ln 2$)
8. Να συγκρίνετε το χρόνο $T_{1/2}$ με αυτόν που υπολογίζετε με βάση τη σχέση (9) και τη σταθερά απόσβεσης που μετρήσατε στο βήμα 6.
9. Υπολογίστε τον συντελεστή ποιότητας (Q).
10. Επαναλάβετε τη διαδικασία για μία ακόμα διαφορετική μάζα απόσβεσης. **Πως μεταβάλονται τα αποτελέσματά σας;**
11. Επαναλάβετε τη διαδικασία για δύο διαφορετικά ελατήρια. **Πως μεταβάλονται τα αποτελέσματά σας;**



Σχήμα 6. Διάγραμμα απομάκρυνσης-χρόνου για την περίπτωση της αποσβενυμένης αρμονικής ταλάντωσης.

Ερωτήσεις

1) Πως θα επηρεαζόταν το πειραμά μας εάν οι σταθερές των ελατηρίων ήταν διαφορετικές (μεγαλύτερες ή μικρότερες) ;
2) Ποιά ειναι η φυσική σημασία της διατομής στο διάγραμμα δύναμης-απομάκρυνσης που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της σταθεράς του ελατηρίου;
3) Εξαρτάται η μέτρηση του χρόνου υποδιπλασιασμού στο βήμα 7 του Γ' μέρους, από ποιό αρχικό πλάτος θα θεωρήσουμε;
4) Αλλάζει η περίοδος της ταλάντωσης όταν έχουμε απόσβεση;

Βιβλιογραφία

Serway R. A. & Jewett J.W., Φυσική για επιστήμονες και μηχανικούς, 8^{η} Εκδοση, Εκδόσεις Κλειδάριθμος.

Χαλδούπη Χ., Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής, Μηχανική - Θερμότητα, Πανεπιστήμιο Κρήτης, 1997

Instruction Set 337 501 (Linear Air Track), LD Didactic GmbH

Instruction Sheet 337 47 (Video Com), Leybold Didactic GmbH