

ΠΕΙΡΑΜΑ 0

Απλές Μετρήσεις και Σφάλματα

Σκοπός πειράματος

Στο πείραμα αυτό θα χρησιμοποιήσουμε βασικά όργανα του εργαστηρίου (διαστημόμετρο, μικρόμετρο, χρονόμετρο) προκειμένου:

- Να μετρήσουμε την πυκνότητα διαφόρων σωμάτων.
- Να μελετήσουμε την εξάρτηση του απλού εκκρεμούς από τη μάζα του.
- Να εξοικειωθούμε με τα πειραματικά σφάλματα και βασικές μεθόδους ανάλυσης δεδομένων και αξιολόγησης των αποτελεσμάτων.

Θεωρητικό υπόβαθρο

- Πειραματικά σφάλματα, μέση τιμή, τυπική απόκλιση, μετάδοση σφάλματος.
- Πυκνότητα υλικών.
- Περίοδος απλού εκκρεμούς.

Για την κατανόηση και σωστή εκτέλεση του πειράματος θα πρέπει υποχρεωτικά να γνωρίζετε πριν κάνετε το πείραμα, τη θεωρία που παρουσιάζεται στο Α' μέρος αυτού του οδηγού.

Συνοπτική Θεωρία

Πυκνότητα Υλικών

Η πυκνότητα ενός υλικού είναι μια από τις βασικές του φυσικές παραμέτρους, η οποία μας δίνει πόση μάζα υπάρχει ανά μονάδα όγκου του υλικού:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

όπου m είναι η μάζα του υλικού που υπάρχει σε όγκο V .

Περίοδος Απλού εκκρεμούς

Απλό ή μαθηματικό εκκρεμές λέγεται ένα σύστημα που αποτελείται από μία σημειακή μάζα αναρτημένη από ένα αβαρές, μη εκτατό νήμα, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο. Εάν η μάζα εκτραπεί κατά μια μικρή γωνία ($\sim 10^\circ$) τότε θα εκτελεί αρμονική ταλάντωση με περίοδο

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Δηλαδή η γωνία της μάζας με την κατακόρυφο θα μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με περίοδο T :

$$\theta(t) = \theta_0 \sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}}t + \varphi\right) = \theta_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

όπου $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$ είναι η κυκλική συχνότητα, θ_0 το πλάτος της ταλάντωσης και φ η αρχική φάση.

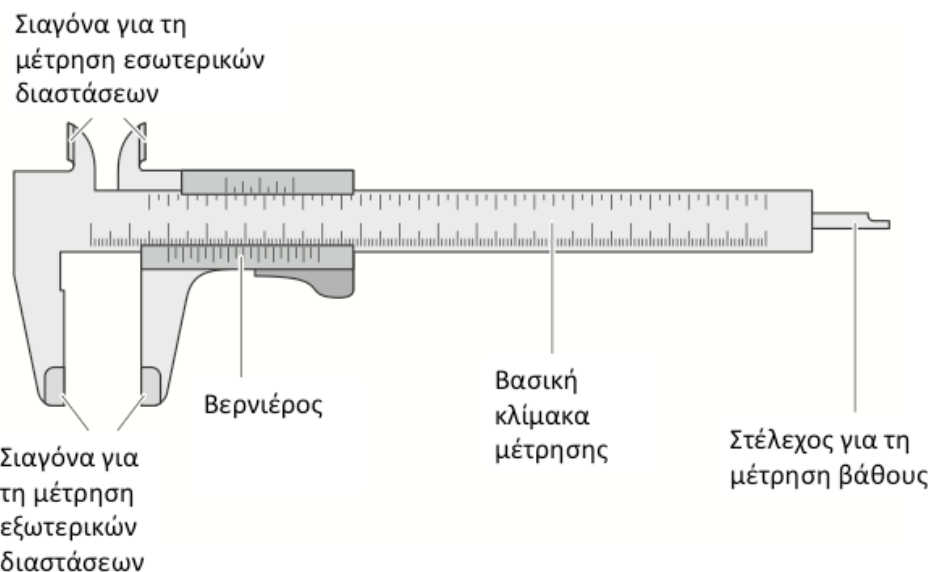
Πειραματική διάταξη

Σε αυτό το πείραμα θα χρησιμοποιήσουμε δύο βασικά όργανα για τη μέτρηση μηκών: το διαστημόμετρο και το μικρόμετρο.

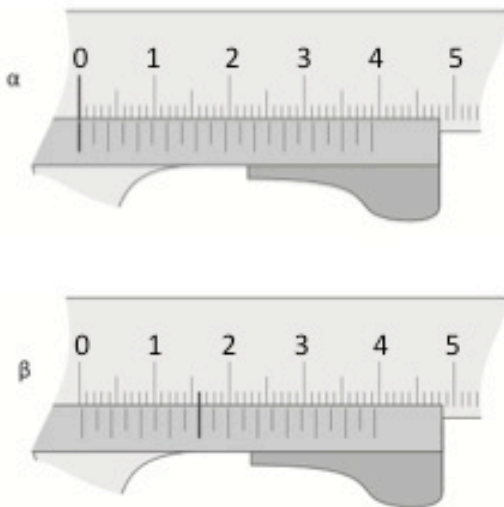
Α. Το Διαστημόμετρο

Το διαστημόμετρο χρησιμοποιείται για τη μέτρηση μηκών από $\sim 0.5\text{cm}$ έως $\sim 20\text{cm}$ με ακρίβεια της τάξεως του 0.1mm . Αντίθετα ένας κοινός χάρακας έχει συνήθως μέγιστη ακρίβεια $\sim 0.5\text{mm}$ με βάση την κλίμακά του η οποία έχει υποδιαίρεσεις του 1.0mm (στα αναλογικά όργανα το σφάλμα του οργάνου ισούται με το μισό της ελάχιστης υποδιαίρεσης). Για να επιτύχει αυτή τη σημαντική βελτίωση στην ακρίβεια το διαστημόμετρο χρησιμοποιεί το βερνιέρο (που ονομάστηκε προς τιμήν του Pierre Verniere που τον ανακάλυψε το 1631).

Στο Σχήμα 1 παρουσιάζεται ένα σχηματικό διάγραμμα του διαστημόμετρου. Το αντικείμενο του οποίου το μήκος θέλουμε να μετρήσουμε τοποθετείται μεταξύ των σιαγόνων. Σε πρώτη προσέγγιση το μέγεθός του δίνεται από την ένδειξη της βασικής κλίμακας. Έως εδώ το διαστημόμετρο λειτουργεί ως ένας απλός χάρακας. Ομως ο βερνιέρος μας δίνει τη δυνατότητα να μετρήσουμε το μήκος με πολύ μεγαλύτερη ακρίβεια.



Σχήμα 1. Σχηματικό διάγραμμα διαστημομέτρου.



Σχήμα 2. Παράδειγμα μέτρησης με το βερνιέρο.

(α) Με τις σιαγόνες κλειστές (δηλ. Χωρίς να γίνεται μέτρηση)

(β) Κατά τη διάρκεια μέτρησης σώματος πάχους 0.04cm.

Ο βερνιέρος (που είναι προσαρμοσμένος στη μία σιαγόνα) μπορεί να μετακινηθεί κατά μήκος της βασικής κλίμακας. Όταν το διαστημόμετρο βρίσκεται στη θέση 0 (δηλαδή οι σιαγόνες είναι κλειστές) η πρώτη χαραγή του βερνιέρου αντιστοιχεί στο 0, ενώ η τελευταία χαραγή του αντιστοιχεί σε απόσταση 3.9cm στη βασική κλίμακα (Σχήμα 2α). Δηλαδή η διαφορά μεταξύ του βερνιέρου και της βασικής κλίμακας είναι -0.1 cm. Αυτή η διαφορά ισομοιράζεται σε όλες τις χαραγές του βερνιέρου. Δηλαδή η πρώτη μεγάλη χαραγή θα απέχει από την ένδειξη 0.4cm της μεγάλης κλίμακας κατά $0.1\text{cm}/10 \text{ χαραγές} = 0.01\text{cm}$. Η δεύτερη χαραγή απέχει από την ένδειξη της βασικής κλίμακας κατά $0.01\text{cm}/\text{χαραγή} \times 2 \text{ χαραγές} = 0.02\text{cm}$, η τρίτη χαραγή κατά 0.03cm κ.ο.κ. έως ότου φτάσουμε στη 10^η χαραγή που θα απέχει 0.1 cm όπως είδαμε. Επομένως με την κλίμακα του βερνιέρου έχουμε ακρίβεια 0.1mm. Στην περίπτωση που χρησιμοποιήσουμε και τις ενδιάμεσες υποδιαιρέσεις του βερνιέρου η ακρίβεια διπλασιάζεται (0.05 mm).

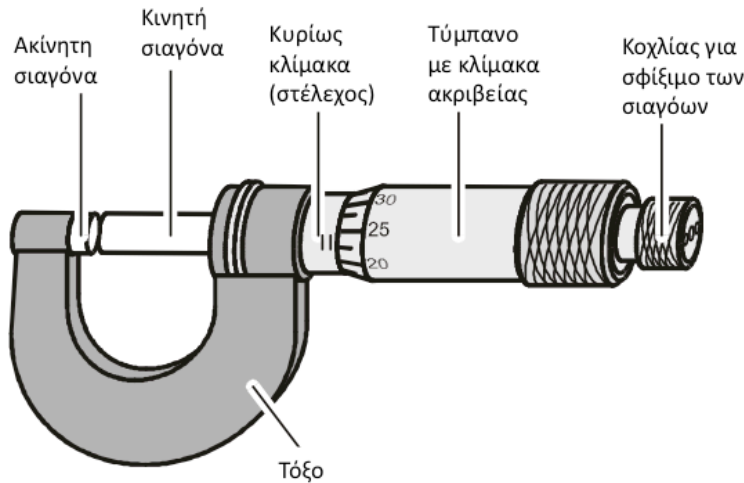
Έχοντας υπ' όψιν τα παραπάνω, όταν μετακινήσουμε τις σιαγόνες για να μετρήσουμε το μήκος κάποιου αντικειμένου, τότε το μήκος δίνεται από την ένδειξη της βασικής κλίμακας με ακρίβεια 0.1cm συν την ένδειξη της χαραγής του βερνιέρου η οποία ευθυγραμμίζεται με μια (οποιαδήποτε) χαραγή της βασικής κλίμακας. Στο παράδειγμα του σχήματος 2β το μέγεθος που μετράμε έχει μήκος μεταξύ 0.0cm και 0.1cm με βάση τη βασική κλίμακα. Η ένδειξη του βερνιέρου που ευθυγραμμίζεται με μια χαραγή της βασικής κλίμακας είναι 4.0, η οποία σύμφωνα με την προηγούμενη παράγραφο αντιστοιχεί σε μήκος $4.0 \times 0.01\text{cm} = 0.04\text{cm}$. Επομένως το μήκος του αντικειμένου είναι $0.0\text{cm} + 0.04\text{cm} = 0.04\text{cm}$.

Πρίν τη χρήση ενός διαστημομέτρου θα πρέπει να καταγράψουμε την ένδειξή του όταν οι σιαγόνες του είναι εντελώς κλειστές. Εάν η ένδειξη αυτή είναι μη μηδενική τότε το διαστημόμετρο έχει συστηματικό σφάλμα το οποίο θα πρέπει να αφαιρεθεί αλγεβρικά από όλες τις μετρήσεις μας.

B. Το Μικρόμετρο

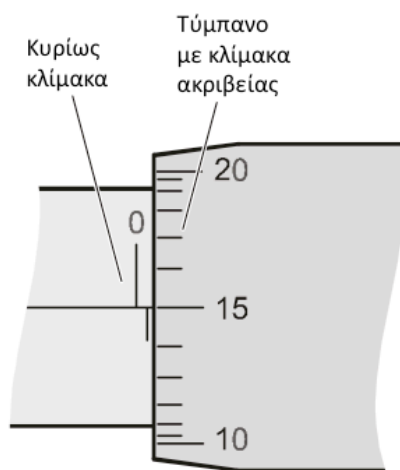
Το μικρόμετρο (Σχήμα 3) μας επιτρέπει να μετρήσουμε μήκη έως μερικά εκατοστά με ακρίβεια 0.01mm, δηλαδή 10 φορές μεγαλύτερη από αυτή του διαστημομέτρου. Αποτελείται από μία σταθερή και μία κινητή σιαγόνα η οποία μετακινείται

περιστρέφοντας ένα τύμπανο. Το υπό μέτρηση σώμα τοποθετείται μεταξύ των σιαγόνων. Στη συνέχεια περιστέφουμε το τυμπανο μέχρι να αισθανθούμε μια **ελαφρά αντίσταση**, και σφίγγουμε λίγο ακόμα τις σιαγόνες περιστρέφοντας λίγο τον κοχλία που βρίσκεται στο τέλος του τυμπάνου.



Σχήμα 3.
Σχηματικό διάγραμμα μικρόμετρου.

Η βασική αρχή λειτουργίας του τυμπάνου είναι ότι μια περιστροφή του αντιστοιχεί σε μισή υποδιαίρεση της βασικής κλίμακας του στελέχους. Το στέλεχος έχει υποδιαίρεσεις του 1.0 mm και μισές υποδιαίρεσεις του 0.5mm. Αντίστοιχα το τύμπανο έχει 50 υποδιαίρεσεις. Επομένως, αφού μια ολόκληρη περιστροφή του τυμπάνου αντιστοιχεί σε 0.5mm, η κάθε υποδιαίρεσή του θα αντιστοιχεί σε $0.5\text{mm} / 50 = 0.01\text{mm}$.



Σχήμα 4. Παράδειγμα μέτρησης με το τύμπανο του μικρόμετρου.

Καθώς το τύμπανο μετακινείται αποκαλύπτει τη βασική κλίμακα. Επομένως, όταν μετράμε ένα σώμα το μήκος του δίνεται από την ένδειξη της βασικής κλίμακας στην οποία προσθέτουμε την ένδειξη του τυμπάνου η οποία ευθυγραμμίζεται με τη βασική κλίμακα. Για παράδειγμα στο Σχήμα 4, η ένδειξη του μικρόμετρου είναι 0.5mm (από τη βασική κλίμακα) συν 0.150mm (από την ένδειξη του τυμπάνου): $0.500\text{mm} + 0.150\text{mm} = 0.650\text{mm}$.

Όπως και στην περίπτωση του διαστημόμετρου θα πρέπει να καταγράφουμε την ένδειξη του μικρόμετρου όταν οι σιαγόνες του είναι εντελώς κλειστές. Εάν η ένδειξη αυτή είναι μη μηδενική τότε το μικρόμετρο έχει συστηματικό σφάλμα το οποίο θα πρέπει να αφαιρεθεί αλγεβρικά από όλες τις μετρήσεις μας.

Προκειμένου να αποφεύγονται οι μόνιμες βλάβες στο μικρόμετρο, οι σιαγόνες δεν θα πρέπει ποτέ να βιδώνονται σφιχτά. Για το σφίξιμό τους θα πρέπει να χρησιμοποιείται πάντοτε ο κοχλίας στο τέλος του στελέχους.

Πειραματική διαδικασία

Α' Μέρος. Πυκνότητα Υλικών

1. Εξοικειωνόμαστε με τη χρήση του διαστημομέτρου και του μικρόμετρου μετρώντας διάφορα αντικείμενα.
2. Καταγράφουμε τυχόν συστηματικά σφάλματα των οργάνων.
3. Εκτιμούμε το σφάλμα του κάθε οργάνου που θα χρησιμοποιήσουμε.
4. Για το πρώτο αντικείμενο του οποίου θέλουμε να μετρήσουμε την πυκνότητα μετράμε 10 φορές την κάθε του διάσταση με το κατάλληλο όργανο. Για διαστάσεις έως 2cm χρησιμοποιούμε το μικρόμετρο, ενώ για μεγαλύτερες διαστάσεις χρησιμοποιούμε το διαστημόμετρο.
5. Ακόμα και για αντικείμενα που έχουν φαινομενικά τις ίδιες διαστάσεις (π.χ. κύβοι) μετράμε όλες τις πλευρές τους. Στην περίπτωση σφαιρών ή κυλίνδρων μετράμε τη διάμετρό τους τοποθετώντας το όργανο μέτρησης σε διαφορετικές θέσεις της περιμέτρου τους. Με αυτό τον τρόπο ελαχιστοποιούμε την επίδραση τυχόν ανωμαλιών στο σχήμα τους.
6. Αναγνωρίζουμε το υλικό από το οποίο αποτελείται το αντικείμενο (αλουμίνιο, μόλυβδος, χαλκός, σίδηρος, μπρούτζος, κ.λ.π.)
7. Καταγράφουμε τις μετρήσεις μας σε πίνακα της μορφής (έναν ξεχωριστό πίνακα για κάθε αντικείμενο)

Πίνακας 1

| Υλικό: | | | | |
|--------|---|---|---|---------------------------------------|
| A/A | Διάσταση 1 $x \pm \delta x$ (Μονάδες) | Διάσταση 2 $y \pm \delta y$ (Μονάδες) | Διάσταση 3 $z \pm \delta z$ (Μονάδες) | Μάζα $m \pm \delta m$ (Μονάδες) |
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| 10 | | | | |

8. Με τη βοήθεια ηλεκτρονικού ζυγού μετράμε 10 φορές τη μάζα κάθε αντικειμένου, και καταγράφουμε τις μετρήσεις μας στον παραπάνω πίνακα.

9. Υπολογίζουμε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση για κάθε σειρά μετρήσεων χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (1) και (2) του Α' μέρους του οδηγού

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

και

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

10. Καταγράφουμε τα αποτελέσματά μας σε πίνακα της μορφής:

Η Τυπική Απόκλιση υπολογίζεται από τον παραπάνω πίνακα, και το σφάλμα είναι το τελικό σφάλμα που θα χρησιμοποιήσουμε στην ανάλυσή μας.

Πίνακας 2

| | Μέση Τιμή | Τυπική Απόκλιση | Σφάλμα |
|---------------------------------------|----------------------|----------------------------|---------------|
| Διάσταση 1 x (Μονάδες) | | | |
| Διάσταση 2 y (Μονάδες) | | | |
| Διάσταση 3 z (Μονάδες) | | | |
| Μάζα m (Μονάδες) | | | |

11. Υπολογίζουμε τον όγκο και την πυκνότητα του κάθε αντικείμενου προσέχοντας ιδιαίτερα τις μετατροπές μονάδων. Καταγράφουμε τα αποτελέσματά μας σε Πίνακα της μορφής

Πίνακας 3

| | Αντικείμενο Α | | Αντικείμενο Β | |
|--------------------------------------|----------------------|---------------|----------------------|---------------|
| | Τιμή | Σφάλμα | Τιμή | Σφάλμα |
| Όγκος V (Μονάδες) | | | | |
| Μάζα m (Μονάδες) | | | | |
| Πυκνότητα ρ (Μονάδες) | | | | |

12. Υπολογίζουμε το σφάλμα στον όγκο του κάθε αντικειμένου χρησιμοποιώντας τη σχέση του πιθανού σφάλματος (μετάδοση σφάλματος) και συμπληρώνουμε τον παραπάνω Πίνακα.
13. Να γράψετε τις σχέσεις που δίνουν το πιθανό σφάλμα σε κάθε περίπτωση.
14. Συμφωνούν οι τιμές που υπολογίσατε με αυτές που θα περιμένατε με βάση τη σύσταση του κάθε αντικειμένου;
15. Σχολιάστε τα αποτελέσματά σας και ιδιαίτερα τυχόν αποκλίσεις από τα αποτελέσματα που θα αναμένατε.

Β' Μέρος. Εξάρτηση της Περιόδου Απλού εκκρεμούς από τη μάζα

1. Αναρτούμε μία μάζα στο νήμα του απλού εκκρεμούς.
2. Απομακρύνουμε το εκκρεμές από τη θέση ισορροπίας κατά γωνία περίπου 10° και μετράμε το χρόνο που απαιτείται για την πραγματοποίηση 10 ταλαντώσεων.
3. Επαναλαμβάνουμε τις μετρήσεις άλλες 4 φορές, και τις καταγράφουμε στον ακόλουθο Πίνακα.

Πίνακας 1

| | Μάζα 1 | Μάζα 2 | Μάζα 3 |
|---|--|--|--|
| Μάζα $m \pm \delta m$ (Μονάδες) | | | |
| Απόσταση από το σημείο ανάρτησης (Μονάδες) | | | |
| A/A | Χρόνος 10 ταλαντώσεων $t \pm \delta t$ (Μονάδες) | Χρόνος 10 ταλαντώσεων $t \pm \delta t$ (Μονάδες) | Χρόνος 10 ταλαντώσεων $t \pm \delta t$ (Μονάδες) |
| 1 | | | |
| ... | | | |
| 5 | | | |

4. Μετράμε την απόσταση από το σημείο ανάρτησης του εκκρεμούς έως το κέντρο μάζας του σώματος (κατ' εκτίμηση), και καταγράφουμε τις μετρήσεις μας στον παραπάνω Πίνακα.
5. Επαναλαμβάνουμε τις μετρήσεις για άλλες 2 διαφορετικές μάζες. Καταγράφουμε τις μετρήσεις στον παραπάνω Πίνακα.
6. Ζυγίζουμε τις μάζες στον ηλεκτρονικό ζυγό. Καταγράφουμε τις μετρήσεις στον παραπάνω Πίνακα.

7. Υπολογίζουμε για κάθε μάζα τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση του χρόνου που απαιτείται για την εκτέλεση 10 ταλαντώσεων. Καταγράφουμε τις μετρήσεις μας στον ακόλουθο Πίνακα.

Πίνακας 2

| | Μάζα 1 | Μάζα 2 | Μάζα 3 |
|--|--------|--------|--------|
| Μάζα $m \pm \delta m$ (Μονάδες) | | | |
| Μέση τιμή Χρόνου 10 ταλαντώσεων (Μονάδες) | | | |
| Τυπική Απόκλιση Χρόνου 10 ταλαντώσεων (Μονάδες) | | | |
| Περίοδος T (Μονάδες) | | | |
| Σφάλμα δT (Μονάδες) | | | |

8. Υπολογίζουμε την περίοδο σε κάθε περίπτωση, καθώς και το σφάλμα της χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του πιθανού σφάλματος.

9. Διαφέρουν οι περίοδοι μεταξύ τους;

10. Να υπολογίσετε πόσες τυπικές αποκλίσεις απέχουν οι τιμές της περιόδου που μετρήσατε για τις μάζες 2 και 3 από την περίοδο για τη μάζα 1.

11. Ποιά είναι η πιθανότητα να πάρουμε μια διαφορά τόσο μεγάλη ή μεγαλύτερη κατά τύχη;

12. Συμφωνούν τα αποτελέσματά σας με αυτά που θα περιμένατε με βάση τη θεωρία του απλού εκκρεμούς;

Ερωτήσεις

- 1) Γιατί μετράμε το χρόνο 10 ταλαντώσεων και όχι 10 φορές το χρόνο μιας ταλάντωσης;
- 2) Η περίοδος του εκκρεμούς εξαρτάται από τη μάζα του;

Βιβλιογραφία

Χαλδούπης Χ. Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής, Μηχανική-Θερμότητα,
Using a caliper gauge with vernier, LD Didactic (Physics leaflets P1.1.1.2)
Using a micrometer screw, LD Didactic (Physics leaflets P1.1.