

ΠΕΙΡΑΜΑ ΙΧ

Μέτρηση Ιξώδους Ρευστών

Σκοπός πειράματος

Στο πείραμα αυτό θα μετρήσουμε το ιξώδες (εσωτερική τριβή) διαφόρων ρευστών χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της πτώσης σφαιριδίων. Θα εξετάσουμε λοιπόν πειραματικά τα εξής:

- Την κίνηση σωμάτων μέσα σε ρευστά διαφορετικού ιξώδους.
- Το συντελεστή ιξώδους της γλυκερίνης, νερού, και ορυκτελαίου.

Θεωρητικό υπόβαθρο

- Βασικές αρχές ρευστομηχανικής
- Ιξώδες

Για την κατανόηση και σωστή τέλεση του πειράματος θα πρέπει υποχρεωτικά να γνωρίζετε πριν κάνετε το πείραμα τη θεωρία που παρουσιάζεται στις ακόλουθες ενότητες του βιβλίου Φυσικής των Serway & Jewett: **M6.4, M14.4, M14.5.**

Συνοπτική Θεωρία

Ως ρευστά ορίζονται τα υλικά τα οποία δεν έχουν καθορισμένο σχήμα και λαμβάνουν το σχήμα του δοχείου που τα περιέχει. Τα αέρια και τα υγρά είναι δυο κατηγορίες ρευστών, με τη διαφοροποίηση ότι ο όγκος των υγρών δεν μεταβάλλεται, ενώ τα αέρια τείνουν να καταλάβουν τον όγκο του δοχείου που τα περιέχει. Οι ιδιότητες αυτές είναι αποτέλεσμα του γεγονότος ότι η κινητική ενέργεια των μορίων ενός ρευστού είναι αρκετά μεγάλη ώστε να μπορούν να υπερνικήσουν τις ηλεκτροστατικές ελκτικές δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ τους. Αντίθετα σε ένα στερεό οι ελκτικές δυνάμεις είναι πιο ισχυρές με αποτέλεσμα τα μόρια που το απαρτίζουν να καταλαμβάνουν σταθερές θέσεις.

Σε ένα στερεό σώμα το οποίο βρίσκεται εμβαπτισμένο σε ένα ρευστό πέρα από το βάρος του ασκείται και η δύναμη της άνωσης, το μέτρο της οποίας δίνεται από την **Αρχή του Αρχιμήδη**: «**Η δύναμη της άνωσης σε ένα σώμα που είναι ολικώς ή μερικώς βυθισμένο σε ένα ρευστό είναι ίση με το βάρος του υγρού που εκτοπίζει το σώμα**».

Η δύναμη της άνωσης έχει φορά αντίθετη προς τη φορά του βάρους.

Επομένως σε ένα σώμα όγκου V το οποίο βρίσκεται πλήρως βυθισμένο σε ρευστό πυκνότητας ρ , θα ασκείται δύναμη άνωσης ίση με

$$F_{av} = g\rho_{\text{ρευστου}}V \quad (1)$$

Εάν το σώμα κινείται μέσα στο ρευστό, τότε θα του ασκείται και μια δύναμη τριβής η οποία προέρχεται από την αντίσταση στην κίνηση των στρωμάτων του ρευστού. Αυτή η αντίσταση ονομάζεται **ιξώδες, και η τριβή των στρωμάτων του ρευστού ονομάζεται εσωτερική τριβή**. Μεταξύ των μορίων του ρευστού ασκούνται ελκτικές δυνάμεις οι οποίες αντιστέκονται στη σχετική κίνηση δυο στρωμάτων του ρευστού που εφάπτονται. Καθώς το σώμα κινείται μέσα στο ρευστό διαταρράσει την κατανομή των στρωμάτων του με αποτέλεσμα να εμφανίζεται η δύναμη του ιξώδους.

Το μέτρο της δύναμης του ιξώδους εξαρτάται από την εσωτερική τριβή του ρευστού, τη γεωμετρία του σώματος που κινείται μέσα στο ρευστό και την ταχύτητά του. Η φορά της δύναμης του ιξώδους είναι αντίθετη προς τη ταχύτητα του σώματος.

Για ένα σφαιρικό σώμα η δύναμη της τριβής δίνεται από τη σχέση του Stokes:

$$F_{i\xi} = 6\pi\eta r v$$

όπου: η είναι ο συντελεστής ιξώδους του ρευστού

v είναι η ταχύτητα του σώματος

r είναι η ακτίνα του σώματος

Εάν το σώμα κινείται μέσα σε ένα δοχείο πεπερασμένων διαστάσεων πρέπει να λάβουμε υπ'όψιν μας τις διαστάσεις του δοχείου και την επίδραση των τοιχωμάτων του στην κίνηση του ρευστού.

Στην περίπτωση κίνησης σε ένα σωλήνα πεπερασμένης διατομής η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$F_{i\xi} = 6\pi\eta r v \left(1 + 2.4 \frac{r}{R}\right) \quad (2)$$

όπου R είναι η ακτίνα της διατομής του σωλήνα.

Η παραπάνω σχέση είναι γνωστή ως σχέση του Stokes.

Το ιξώδες εμφανίζεται και στη γενικότερη περίπτωση που ασκούνται διατμητικές τάσεις στο ρευστό. Και εδώ τα στρώματα του ρευστού αναγκάζονται να κινηθούν με διαφορετική ταχύτητα με αποτέλεσμα να εμφανίζεται εσωτερική τριβή. Επομένως γενικότερα ο συντελεστής του ιξώδους, η , ορίζεται ως ο λόγος της διατμητικής τάσης προς τη διατμητική παραμόρφωση που προκαλεί η διατμητική τάση.

Οι μονάδες μέτρησης του ιξώδους είναι $\text{N s/m}^2 = \text{Pa}\cdot\text{s}$ στο SI ή dyn s/cm^2 (η αλλοιώς poise) στο cgs.

Α' Μέρος: Μέτρηση του ιξώδους με τη μέθοδο της πτώσης των σφαιριδίων

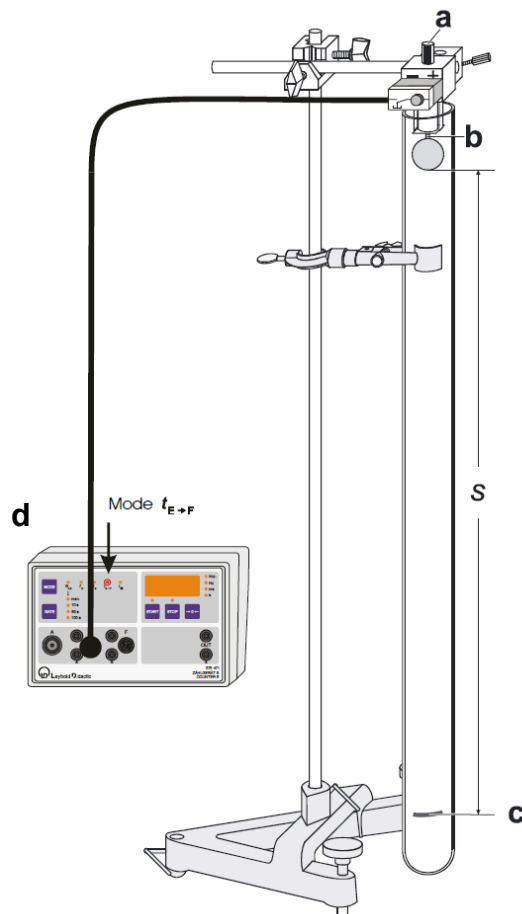
Πειραματική διάταξη

Περιγραφή της διάταξης

Η διάταξη για τη μέτρηση του ιξώδους ρευστών φαίνεται στο Σχήμα 1. Αποτελείται κατά κύριο λόγο από ένα σωλήνα μεγάλης διατομής που περιέχει το υπό μελέτη ρευστό. Στο πάνω μέρος του σωλήνα είναι προαρμοσμένος ηλεκτρομαγνήτης ο οποίος συγκρατεί μεταλλικό σφαιρίδιο. Ο ηλεκτρομαγνήτης είναι συνδεδεμένος με ψηφιακό χρονόμετρο το οποίο αρχίζει την καταγραφή του χρόνου τη στιγμή που ελευθερώνεται το σφαιρίδιο. Τέλος υπάρχει ένας μαγνήτης ο οποίος χρησιμοποιείται για την επιστροφή του σφαιριδίου στον ηλεκτρομαγνήτη μετά από κάθε μέτρηση.

Αρχή των μετρήσεων

Κατά την κατακόρυφη πτώση του σφαιριδίου στο ρευστό ασκούνται επάνω του τρεις δυνάμεις: η δύναμη της βαρύτητας, η άνωση, και μία δύναμη τριβής η οποία αντιστέκεται στην κίνησή του. Μετά από ένα χρονικό διάστημα το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα. Επομένως η συνιστώσα των δύο τελευταίων δυνάμεων θα ισούται κατά μέτρο και θα έχει αντίθετη φορά με τη δύναμη της βαρύτητας.



Σχήμα 1. Πειραματική διάταξη για τη μέτρηση του ιξώδους ρευστών.

- (a) Ηλεκτρομαγνήτης
- (b) Μεταλλικό σφαιρίδιο
- (c) Ενδειξη απόστασης στο σωλήνα.
- (d) Μετρητική συσκευή

Από τη σχέση του Stokes έχουμε ότι η δύναμη του ιξώδους είναι:

$$F_{i\xi} = 6\pi\eta r v \left(1 + 2.4 \frac{r}{R}\right)$$

όπου: η είναι το ιξώδες του ρευστού
 v είναι η ταχύτητα του σφαιριδίου
 r είναι η ακτίνα του σφαιριδίου
 R είναι η ακτίνα της διατομής του σωλήνα.

Από τη Σχέση (1) έχουμε ότι η δύναμη της άνωσης είναι:

$$F_{av} = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho g \quad (3)$$

όπου: r είναι η ακτίνα του σφαιριδίου
 ρ είναι η πυκνότητα του ρευστού
 g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας

Η βαρυτική δύναμη που ασκείται στο σφαιρίδιο δίνεται από τη σχέση:

$$F_{\beta\alpha\rho} = m_{\sigma\phi} g = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{\sigma\phi} g \quad (4)$$

όπου: r είναι η ακτίνα του σφαιριδίου
 $\rho_{\sigma\phi}$ είναι η πυκνότητα του σφαιριδίου

Στην κατάσταση ισορροπίας θα ισχύει

$$F_{i\xi} + F_{av} = F_{\beta\alpha\rho}$$

και επομένως από τον Α' Νόμο του Newton η σφαίρα θα εκτελέσει ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα.

Αντικαθιστώντας τις εκφράσεις για κάθε μία δύναμη και λύνοντας ως προς το συντελεστή ιξώδους έχουμε:

$$\eta = \frac{2}{9} r^2 \frac{(\rho_{\sigma\phi} - \rho)}{v} g \frac{1}{1 + 2.4 \frac{r}{R}} \quad (5)$$

Με αυτό τον τρόπο εκφράσαμε το ιξώδες του ρευστού συνατήσει της ταχύτητας του σφαιριδίου και των χαρακτηριστικών της πειραματικής μας διάταξης.

Πιο αναλυτικά, εφαρμόζοντας τον Δεύτερο Νόμο του Newton μπορούμε να μελετήσουμε την κίνηση του σφαιριδίου:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \Sigma F = F_{\beta\alpha\rho} - F_{i\xi} - F_{av}$$

ή

$$\frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{\sigma\phi} \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{\sigma\phi} g - 6\pi\eta r \left(1 + 2.4 \frac{r}{R}\right) - \frac{4\pi}{3} r^3 \rho g \Leftrightarrow$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{\rho_{\sigma\varphi} - \rho}{\rho_{\sigma\varphi}} g - \left(\frac{2}{9} r^2 \frac{\rho_{\sigma\varphi}}{\eta} \frac{1}{1 + 2.4 \frac{r}{R}} \right)^{-1} \frac{dx}{dt} \Leftrightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{\rho_{\sigma\varphi} - \rho}{\rho_{\sigma\varphi}} g - \frac{1}{\tau} \frac{dx}{dt} \quad (6)$$

όπου

$$\tau = \left(\frac{2}{9} r^2 \frac{\rho_{\sigma\varphi}}{\eta} \frac{1}{1 + 2.4 \frac{r}{R}} \right) \quad (7)$$

είναι μια σταθερά με μονάδες χρόνου και η οποία εξαρτάται από τον συντελεστή του ιξώδους.

Μπορούμε να ολοκληρώσουμε τη διαφορική εξίσωση (5) οπότε θα πάρουμε τη μεταβολή της ταχύτητας του σφαιριδίου συναρτήσει του χρόνου

$$v = \frac{dx}{dt} = \tau \frac{\rho_{\sigma\varphi} - \rho}{\rho_{\sigma\varphi}} g (1 - e^{-t/\tau}) \quad (8)$$

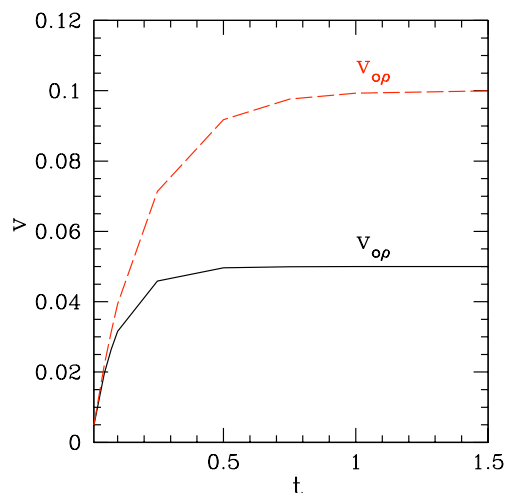
Από την παραπάνω Σχέση βλέπουμε ότι το σφαιρίδιο αρχικά θα επιταχύνεται μέχρι να φτάσει μία οριακή ταχύτητα

$$v_{op} = \tau \frac{(\rho_{\sigma\varphi} - \rho)g}{\rho_{\sigma\varphi}} = \frac{2}{9} r^2 \frac{(\rho_{\sigma\varphi} - \rho)g}{\eta} \frac{1}{1 + 2.4 \frac{r}{R}} \quad (9)$$

όπου χρησιμοποιήσαμε τις Σχέσεις (7) και (8).

Στη συνέχεια το σφαιρίδιο θα κινείται με σταθερή ταχύτητα v_{op} .

Επομένως για να μετρήσουμε το ιξώδες ενός ρευστού πυκνότητας ρ , αρκεί να γνωρίζουμε την ταχύτητα πτώσης v ενός σφαιριδίου ακτίνας r και πυκνότητας $\rho_{\sigma\varphi}$ μέσα σε ένα σωλήνα ακτίνας R γεμισμένο με το ρευστό.



Σχήμα 2. Μεταβολή της ταχύτητας του σφαιριδίου συναρτήσει του χρόνου για δύο διαφορετικές τιμές του ιξώδους. Η διακεκομμένη καμπύλη αντιστοιχεί σε ιξώδες που είναι το μισό από αυτό για τη συνεχή καμπύλη.

Πειραματική διαδικασία

I. Μέτρηση του ιξώδους της γλυκερίνης

1. Συνδέουμε τον ηλεκρομαγνήτη με τη χρονομετρική διάταξη.
2. Καθαρίζουμε σχολαστικά τα σφαιρίδια με ένα κομμάτι ύφασμα εμπορισμένο με οινόπνευμα.
3. Τοποθετούμε ένα σφαιρίδιο στον ηλεκτρομαγνήτη.
4. Μετακινούμε τον ηλεκτρομαγνήτη με τη βοήθεια του άξονα a ώστε το σφαιρίδιο να είναι πλήρως βυθισμένο στο ρευστό.
5. Μετράμε την απόσταση από το κάτω μέρος του σφαιριδίου έως την ένδειξη στο κάτω μέρος του σωλήνα (Σχήμα 1).
6. Θέτουμε τη μέθοδο μέτρησης (MODE) του χρονομέτρου στο t_{E-F} .
7. Μηδενίζουμε το χρονόμετρο με το πλήκτρο «0» και στη συνέχεια πιέζουμε το πλήκτρο «START».
8. Όταν είμαστε έτοιμοι να πάρουμε μετρήσεις πιέζουμε το διακόπτη που βρίσκεται στον ηλεκτρομαγνήτη που συγκρατεί το σφαιρίδιο.
9. Όταν το σφαιρίδιο φτάσει στο κάτω όριο του σωλήνα πιέζουμε το πλήκτρο «STOP» και καταγράφουμε την ένδειξη του χρονομέτρου.
10. Με τη βοήθεια του μαγνήτη μετακινούμε το σφαιρίδιο πίσω στον ηλεκτρομαγνήτη.
11. Επαναλαμβάνουμε τη μέτρηση 5 φορές με το ίδιο σφαιρίδιο και άλλες 5 φορές με σφαιρίδιο διαφορετικής ακτίνας. Πριν από κάθε μέτρηση καθαρίζουμε σχολαστικά το σφαιρίδιο και μετράμε την απόσταση του σφαιριδίου (ενώ βρίσκεται προσκολλημένο στον ηλεκτρομαγνήτη) από την ένδειξη στο κάτω μέρος του σωλήνα.

Καταγράφουμε τις μετρήσεις μας σε Πίνακα της ακόλουθης μορφής για κάθε σφαίρα.

Πίνακας 1

a/a	Απόσταση $s \pm \delta s$	Χρόνος $t \pm \delta t$	Ταχύτητα $v \pm \delta v$
$\bar{v} \pm \delta v$			

12. Με τη βοήθεια διαστημόμετρου μετράμε την εσωτερική διάμετρο του σωλήνα.
13. Με τη βοήθεια μικρόμετρου μετράμε την διάμετρο των σφαιριδίων 10 φορές.

Καταγράφουμε τις μετρήσεις μας σε Πίνακα της ακόλουθης μορφής για κάθε σφαίρα.

Πίνακας 2

a/a	Σφαιρίδιο 1 $d \pm \delta d$	Σφαιρίδιο 2 $d \pm \delta d$
$\bar{d} \pm \delta d$		

14. Ζυγίζουμε τα σφαιρίδια στο ζυγό ακριβείας.
15. Μετράμε τη θερμοκρασία του ρευστού.
16. Πλένουμε και στεγνώνουμε σχολαστικά έναν ογκομετρικό κύλινδρο.
Στο τέλος τον στεγνώνουμε με οινόπνευμα.
17. Ζυγίζουμε τον κύλινδρο σε ζυγό ακριβείας.
18. Βάζουμε στο κύλινδρο ποσότητα απο το ρευστό και μετράμε τον όγκο και τη μάζα του.
19. Υπολογίζουμε την πυκνότητα του ρευστού και των σφαιριδίων, καθώς και τα αντίστοιχα σφάλματα.
20. Υπολογίζουμε τη μέση ταχύτητα πτώσης των σφαιριδίων.
21. Με βάση τη σχέση (5) υπολογίζουμε το συντελεστή ιξώδους και το σφάλμα του για το κάθε σφαιρίδιο.
22. Παρατηρείτε διαφορές μεταξύ των μετρήσεων;
23. Να σχολιάσετε τα αποτελέσματά σας.

II. Μέτρηση του ιξώδους διαλύματος γλυκερίνης

Στο μέρος αυτό θα χρησιμοποιήσουμε μια ηλεκτρονική διάταξη για τη μέτρηση της ταχύτητας του σφαιριδίου. Η διάταξη αυτή αποτελείται από δύο φωτοπύλες που καταγράφουν την παρουσία της σφαίρας, και οι οποίες μπορούν να μετακινηθούν κατά μήκος του σωλήνα. Και οι δύο φωτοπύλες συνδέονται με το χρονόμετρο που χρησιμοποιήθηκε στο Α' μέρος του πειράματος. Η πρώτη φωτοπύλη ενεργοποιεί το χρονόμετρο μόλις περάσει η σφαίρα, ενώ η δεύτερη φωτοπύλη σταματά τη χρονομέτρηση.

1. Ενεργοποιούμε τον ηλεκτρομαγνήτη με το διακόπτη Power..
2. Καθαρίζουμε σχολαστικά τα σφαιρίδια με ένα κομμάτι ύφασμα εμποτισμένο με οινόπνευμα.
3. Τοποθετούμε ένα σφαιρίδιο στον ηλεκτρομαγνήτη και θέτουμε το διακόπτη «HOLD/RELEASE» στη θέση «HOLD».

4. Φροντίζουμε ώστε το σφαιρίδιο να είναι **πλήρως** εμβαπτισμένο στο ρευστό.
5. Τοποθετούμε τις δύο φωτοπύλες σε απόσταση περίπου 5cm από το κάτω μέρος του σωλήνα και στην ελάχιστη δυνατή απόσταση μεταξύ τους. Μετράμε τη μεταξύ τους απόσταση με ένα διαστημόμετρο και με τη βοήθεια των διαγραμμίσεων που υπάρχουν στο πλάι τους.
6. Θέτουμε τη μέθοδο μέτρησης (MODE) του χρονομέτρου στο t_{E-F} .
7. Μηδενίζουμε το χρονόμετρο με το πλήκτρο «0» και στη συνέχεια πιέζουμε το πλήκτρο «START».
8. Όταν είμαστε έτοιμοι να πάρουμε μετρήσεις θέτουμε το διακόπτη ελέγχου του ηλεκτρομαγνήτη στη θέση «RELEASE». Το σφαιρίδιο θα απελευθερωθεί και θα πέσει.
9. Όταν το σφαιρίδιο περάσει από τις δύο φωτοπύλες το χρονόμετρο θα καταγράψει το χρόνο που χρειάστηκε προκειμένου να διανύσει τη μεταξύ τους απόσταση.
10. Με τη βοήθεια του μαγνήτη επαναφέρουμε το σφαιρίδιο πίσω στον ηλεκτρομαγνήτη.
11. Επαναλαμβάνουμε τη μέτρηση 5 φορές με το ίδιο σφαιρίδιο και άλλες 5 φορές με σφαιρίδιο διαφορετικής ακτίνας. Πριν από κάθε μέτρηση καθαρίζουμε σχολαστικά το σφαιρίδιο.

Καταγράφουμε τις μετρήσεις μας σε Πίνακα της ακόλουθης μορφής για κάθε σφαίρα.

Πίνακας 3

a/a	Απόσταση φωτοπυλών $s \pm \delta s$	Χρόνος $t \pm \delta t$	Ταχύτητα $v \pm \delta v$
$\bar{v} \pm \delta v$			

12. Με τη βοήθεια διαστημόμετρου μετράμε την εσωτερική διάμετρο του σωλήνα.
13. Με τη βοήθεια μικρόμετρου μετράμε την διάμετρο των σφαιριδίων 10 φορές.

Καταγράφουμε τις μετρήσεις μας σε Πίνακα της ακόλουθης μορφής για κάθε σφαίρα.

Πίνακας 4

a/a	Σφαιρίδιο 1 $d \pm \delta d$	Σφαιρίδιο 2 $d \pm \delta d$
$\bar{d} \pm \delta d$		

29. Επαναλαμβάνουμε τις παραπάνω μετρήσεις για 5 διαφορετικές αποστάσεις από το άνω μέρος του σωλήνα.
30. Υπολογίζουμε την απόσταση που έχει διανύσει το σφαιρίδιο σε κάθε θέση μέτρησης ως $x = d + 1/2 s$, καθώς και το αντίστοιχο σφάλμα.
Συνοψίζουμε τα αποτελέσματα των μετρήσεων σε πίνακα της μορφής

Πίνακας 6

a/a	Απόσταση που διένυσε το σφαιρίδιο $x \pm \delta x$	Μέση Ταχύτητα $\bar{v} \pm \delta v$

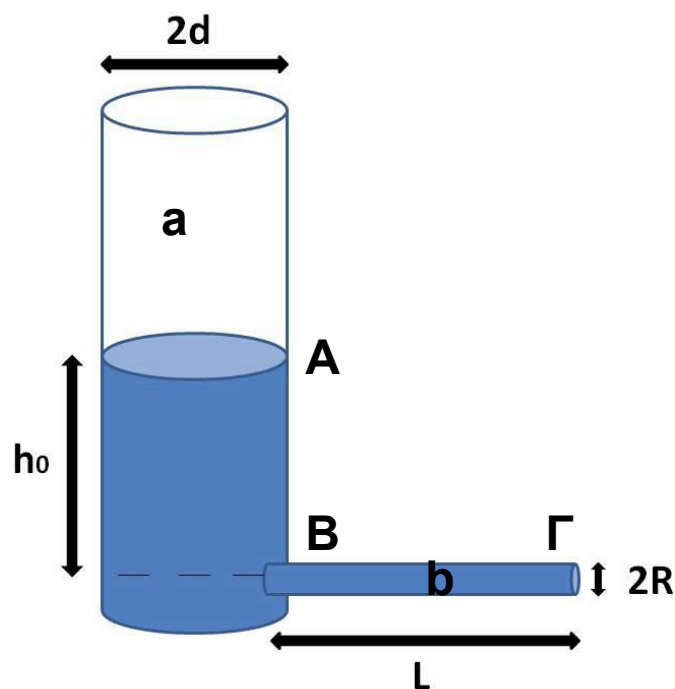
31. Κατασκευάζουμε το διάγραμμα \bar{v} συναρτήσει της απόστασης x .
Τι είδους κίνηση πιστεύετε ότι εκτελεί το σφαιρίδιο;

Β' Μέρος: Μέτρηση του ιξώδους με τη χρήση τριχοειδούς σωλήνα

Πειραματική διάταξη

Περιγραφή της διάταξης

Η διάταξη για τη μέτρηση του ιξώδους ρευστών με τη χρήση τριχοειδούς σωλήνα φαίνεται στο Σχήμα 3. Αποτελείται από ένα σωλήνα μεγάλης διατομής που περιέχει το υπό μελέτη ρευστό, και έναν τριχοειδή σωλήνα εκροής.



Σχήμα 3. Πειραματική διάταξη για τη μέτρηση του ιξώδους ρευστών.

(a) Σωλήνας παροχής ρευστού

(b) Τριχοειδής σωλήνας

Αρχή των μετρήσεων

Η παροχή Π ορίζεται ως ο όγκος του ρευστού που ρέει από μια διατομή του σωλήνα

στη μονάδα του χρόνου: $\Pi = \frac{dV}{dt}$, και δίνεται από τον Νόμο του Poiseuille

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\Delta P \pi R^4}{8\eta L} \quad (10)$$

όπου: ΔP είναι η διαφορά πίεσης μεταξύ των άκρων του σωλήνα

R είναι η ακτίνα της διατομής του σωλήνα

η είναι το ιξώδες του ρευστού

L είναι το μήκος του σωλήνα

Εφαρμόζοντας την παραπάνω σχέση για τον τριχοειδή σωλήνα στη διάταξη του Σχήματος 3 έχουμε ότι η διαφορά πίεσης μεταξύ των άκρων του σωλήνα ΔP , ισούται με την υδροστατική πίεση στο σημείο εισόδου του νερού (σημείο Β):

$$\Delta P = \rho gh \quad \dots (11)$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα του ρευστού

g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας

h είναι το ύψος της στήλης του νερού στο σωλήνα παροχής πάνω από το σημείο Β (απόσταση ΑΒ) (η διαφορά της ατμοσφαιρικής πίεσης είναι αμελητέα).

Από τον συνδυασμό των σχέσεων (10) και (11) έχουμε:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\rho gh \pi R^4}{8\eta L} \quad (12)$$

Λόγω διατήρησης της μάζας η παροχή του τριχοειδούς σωλήνα θα ισούται με την παροχή του σωλήνα παροχής (μεγάλος σωλήνας) (εξίσωση συνέχειας). Λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι το εμβαδόν της διατομής του σωλήνα παροχής είναι

$$A_2 = \pi d^2, \text{ όπου } d \text{ είναι η ακτίνα του}$$

έχουμε ότι

$$\frac{dV}{dt} = -A_2 \frac{dh}{dt} = -\pi d^2 \frac{dh}{dt} \quad (13).$$

Από τις σχέσεις (12) και (13) έχουμε:

$$-\pi d^2 \frac{dh}{dt} = \frac{\rho gh \pi R^4}{8\eta L} \Leftrightarrow -\frac{dh}{h} = \frac{\rho g R^4}{8\eta d^2 L} dt \quad (14)$$

Ολοκληρώνοντας την παραπάνω σχέση από την αρχική στάθμη του νερού στο μεγάλο σωλήνα (h_0 , για τη χρονική στιγμή $t=0$), έως τη στάθμη του νερού τη χρονική στιγμή t έχουμε

$$\int_{h_0}^h \frac{dh}{h} = -\frac{\rho g R^4}{8\eta d^2 L} \int_0^t dt \Leftrightarrow$$

$$\ln \frac{h}{h_0} = -\frac{\rho g R^4}{8\eta d^2 L} t$$

ή ισοδύναμα

$$\ln h = \ln h_0 - \frac{\rho g R^4}{8\eta d^2 L} t \Leftrightarrow$$

$$h(t) = h_0 e^{-\frac{\rho g R^4}{8\eta d^2 L} t} \quad (15)$$

Δηλαδή η στάθμη του ρευστού στο μεγάλο σωλήνα πέφτει εκθετικά, με ρυθμό που εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της πειραματικής διάταξης και το ιξώδες του ρευστού. Επομένως, εάν γνωρίζουμε τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διάταξης μπορούμε, από το ρυθμό ελάττωσης της στάθμης του ρευστού, να βρούμε το συντελεστή ιξώδους του.

Πειραματική διαδικασία

1. Ρίχνουμε νερό στο σωλήνα παροχής (α, Σχήμα 3), φροντίζοντας η στάθμη να μην ξεπεράσει κατά πολύ την ενδεικτική στάθμη που αναφέρεται στον πίνακα που βρίσκεται στο εργαστήριο (Σημείωση: η ενδεικτική στάθμη είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας του νερού).
2. Αφήνουμε το νερό να ηρεμήσει και καταγράφουμε τη θερμοκρασία του.
3. Αφήνουμε το νερό να ρεύσει ελεύθερα από τον τριχοειδή σωλήνα.
4. Μόλις η στάθμη του νερού φτάσει την ενδεικτική στάθμη που αναφέρεται στον πίνακα που βρίσκεται στο εργαστήριο, αρχίζουμε την καταγραφή του χρόνου με ένα ψηφιακό χρονόμετρο.
5. Στη συνέχεια καταγράφουμε τη χρονική στιγμή κατά την οποία η στάθμη του νερού έχει ελαττώθει κατά 0.5cm.
6. Επαναλαμβάνουμε τις μετρήσεις του χρόνου για διαδοχικές στάθμες, κάθε 0.5cm, μέχρι η στάθμη να φτάσει 3cm.
7. Καταγράφουμε τις μετρήσεις μας σε πίνακα της μορφής

Πίνακας 7

a/a	Στάθμη $h \pm \delta h$	Χρόνος 1 $t \pm \delta t$	Χρόνος 2 $t \pm \delta t$	Χρόνος 3 $t \pm \delta t$	Χρόνος 4 $t \pm \delta t$	Χρόνος 5 $t \pm \delta t$

9. Επαναλαμβάνουμε τις παραπάνω μετρήσεις άλλες 4 φορές φροντίζοντας να μετράμε το χρόνο για τις ίδιες τιμές της στάθμης όπως και στην πρώτη μέτρηση.
10. Υπολογίζουμε τη μέση τιμή των μετρήσεων του χρόνου, καθώς και την τυπική απόκλισή τους. Επίσης υπολογίζουμε το φυσικό λογάριθμο της στάθμης του νερού. Καταγράφουμε τους υπολογισμούς μας σε πίνακα της μορφής

Πίνακας 8

a/a	$\ln(h)$ $\pm \delta(\ln h)$	Μέση Τιμή Χρόνου $\bar{t} \pm \sigma t$

12. Μετράμε τη διατομή του σωλήνα παροχής, καθώς και το μήκος του τριχοειδούς σωλήνα. Σε αυτό το μήκος θα πρέπει να προσθέσουμε και το πάχος του τοιχώματος του σωλήνα παροχής.

13. Κατασκευάζουμε το διάγραμμα $\ln h - \bar{t}$.

Σύμφωνα με τη σχέση (15) η κλίση του διαγράμματος a θα ισούται με $a = \frac{\rho g R^4}{8\eta L d^2}$. Με βάση αυτή τη σχέση και το μήκος του τριχοειδούς σωλήνα, τις διατομές του σωλήνα παροχής και του τριχοειδούς σωλήνα και την πυκνότητα του νερού για τη δεδομένη θερμοκρασία, μπορούμε να υπολογίσουμε το συντελεστή ιξώδους και το σφάλμα του.

14. Συγκρίνουμε το συντελεστή ιξώδους που μετρήσαμε με αυτόν που θα περιμέναμε (συμβουλευτείτε το αντίστοιχο πίνακα στο Εργαστήριο).

Ερωτήσεις

- 1) Γιατί μετράμε τη θερμοκρασία των ρευστών;
- 2) Γιατί στο Β' μέρος του πειράματος τοποθετούμε τις δυο φωτοπύλες στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση;
- 3) Με βάση τα αποτελέσματά σας πιστεύετε ότι η προσέγγιση της σταθερής ταχύτητας (δηλ. ομαλής κίνησης) είναι σωστή;
- 4) Γιατί η απόσταση που έχει διανύσει το σφαιρίδιο είναι $x = d + 1/2 s$;

Βιβλιογραφία

Serway R. A. & Jewett J.W., Φυσική για επιστήμονες και μηχανικούς, 8^η Έκδοση, Εκδόσεις Κλειδάριθμος.

Instruction Set 337 501 (Linear Air Track), LD Didactic GmbH

Leybold Physics Leaflet P1.8.3.1, Leybold Didactic GmbH

Γεώργιος Δεληγιώργης, «Μέτρηση του ιξώδους του νερού», Ελεύθερη Πειραματική Εργασία